

Příklad 7.1

Uvažujme maticovou reprezentaci operátorů momentu hybnosti L_x , L_y , L_z pro $l = 1$. V bázi vlastních stavů operátoru L_z odpovídají jednotlivým složkám tyto matice:

$$L_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad L_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad L_z = \hbar \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Pro danou velikost momentu hybnosti

- napište maticovou reprezentaci operátoru L^2 .
- vypočtěte matici operátoru L^2 jako součet kvadrátů matic L_x , L_y , L_z .

Vypočtěte vlastní čísla a stavy operátoru L_x . Vlastní čísla by měla vyjít $\pm\hbar$ a 0. Vlastní stavy jsou vektory typicky obsahující $\frac{1}{2}$ nebo $\frac{1}{\sqrt{2}}$, občas nějaké mínus.

Transformujte matici operátoru L_x do báze vlastních stavů. Tedy z vlastních stavů vytvořte matici U , v každém sloupci matice bude jeden vlastní stav. Doporučuji seřadit v pořadí stav odpovídající vlastnímu číslu $\hbar$, potom 0, potom $-\hbar$. Transformaci proveďte jako $L'_x = U^+ L_x U$. (U^+ je transponovaná a komplexně sdružená matice.) Je výsledek překvapivý?

Proveďte transformaci matice L^2 do báze vlastních stavů operátoru L_x , tedy opět $L'^2 = U^+ L^2 U$. Proč je výsledek takový, jaký je?